

# Entwicklung eines Simulationsmodells für Leistungstransformatoren zur Betrachtung magnetischer Flüsse bei Sättigung

## Development of a simulation model to inspect magnetic flux in power transformer components in case of saturation

M.Sc. Michael Schühle, Universität Stuttgart, Deutschland, michael.schuehle@ieh.uni-stuttgart.de

Dipl.-Ing. Michael Beltle, Universität Stuttgart, Deutschland, michael.beltle@ieh.uni-stuttgart.de

Prof. Dr.-Ing. Stefan Tenbohlen, Universität Stuttgart, Deutschland, stefan.tenbohlen@ieh.uni-stuttgart.de

Dr. Dietrich Bonmann, ABB AG, Bad Honnef, Deutschland, dietrich.bonmann@de.abb.com

### Kurzfassung

Für die Auslegung und das Design von Leistungstransformatoren wird stets von idealen symmetrischen, sinusförmigen Phasenspannung und -strömen ausgegangen. In der Praxis kann es jedoch vorkommen, dass Transformatoren in Hoch- und Höchstspannungsnetzen mit einem zusätzlichen, parasitären Gleichstrom (DC) belastet werden. Die Auswirkungen eines solchen parasitären DCs werden im Eisenkern eines Transformators deutlich. Der Gleichanteil verschiebt den magnetischen Arbeitspunkt des Kernmaterials und führt zu einer Halbwellensättigung des Kerns. Dies wiederum führt zu erhöhten Verlusten, einem Anstieg des Blindleistungsbedarfs, erhöhten Betriebsvibrationen und steigender Geräusche mit untypischen harmonischen Anteilen.

Während der Sättigung des Eisenkerns ändert sich die Verteilung des magnetischen Flusses. Die nur wenig durchfluteten Streupfade werden dadurch mit einem erhöhten magnetischen Fluss beaufschlagt. Um die erhöhte Beanspruchung bereits während der Planungs- und Designphase berücksichtigen zu können wird ein Simulationsmodell entwickelt, welches die Topologie des magnetischen Kreises mit allen flussführenden Elementen abbilden kann.

Als Simulationsumgebung wird Matlab Simulink eingesetzt. Speziell für die elektrischen und magnetischen Kreise wird die Simscape Toolbox innerhalb Simulink eingesetzt.

Eine erste Validierung des Modells wird anhand eines dreischenkigen 2 kVA, Yy0 Transformators durchgeführt. Um das Transformatorverhalten vor allem im Bereich der Sättigung validieren zu können wird der Transformator in einem einphasigen Messaufbau mit einem zusätzlichen Gleichstrom beaufschlagt.

### Abstract

Design rules of power transformers are optimized to fit ideal symmetric, sinusoidal voltages and currents. Nevertheless, transformers in service can be affected by direct currents (DC) which superimpose alternating phase currents. DC components can significantly impact the magnetic characteristics of the active part's core. The magnetic operational point is shifted to asymmetry, which yields to half-wave-saturation effects. As a consequence, losses arise as well as the demand for reactive power. Furthermore both, mechanic oscillations and transformer noises increase and show additional harmonic components.

The magnetic flux distribution is significantly changed at times when parts of the magnetic core are in saturation due to DC. Additionally magnetic fluxes in stray paths increase. Depending on the individual transformer design, this might lead to undesirable stress for the asset, e.g. due to eddy currents. By an estimation of DC driven stray fluxes in the design process, an adapted design can help minimizing undesirable effects. Therefore, a combined electro-magnetic model is developed which includes the entire topology of the magnetic core using Matlab Simulink. The model is validated by measurements performed on a small 3-limb 2kVA Yy0 transformer with superimposed DC in a single phase setup.

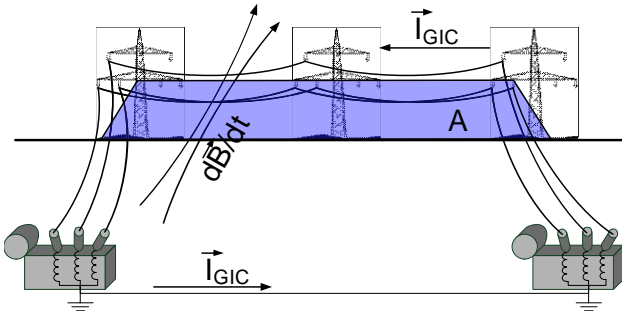
## 1 Einleitung / Motivation

Bei der Entwicklung und Berechnung von Leistungstransformatoren und induktiven Hochspannungsbetriebsmitteln wird hauptsächlich von einem idealen Nennbetrieb ausgegangen in welchen die Spannungen und Ströme reine Wechselgrößen sind und keine Gleichanteile aufweisen.

Im Betrieb herrschen jedoch selten idealisierte Bedingungen vor. Zentraler Punkt der weiteren Betrachtung ist die Beeinflussung von Transformatoren durch Gleichströme. Die Probleme, welche durch Gleichströme entstehen kön-

nen, sind bereits seit mehreren Jahrzehnten bekannt [1], [2]. Die am längsten bekannte Quelle für Gleichströme in Hochspannungsnetzen stellt ein als GIC (geomagnetically induced currents) bekanntes Phänomen dar [3]. Dabei kommt es zu einer Interaktion (Induktion) zwischen dem auf der Oberfläche der Erde vorherrschenden Magnetfeld und einer Hochspannungsfreileitung, welche an beiden Enden durch Transformatorsternpunkte geerdet ist und einer Leiterschleife entspricht. Durch kosmische Einflüsse wird das lokale Magnetfeld unter der Hochspannungsfreileitung langsam verändert, was einen Strom in die Masche zwischen Freileitung und Erdboden induziert, siehe

**Bild 1.** Die Vorgänge liegen häufig im *mHz*-Bereich und sind verglichen mit der Netzfrequenz so langsam, dass beim induzierten Strom von einem quasi-DC gesprochen wird [4].



**Bild 1** Induktion von Quasi-Gleichströmen ( $I_{GIC}$ ) durch geomagnetische Feldänderungen ( $dB/dt$ ) in eine Fläche A, die zwischen Erdboden und Freileitung aufgespannt wird [5]

### 1.1 Grundlagen Elektrolech

Das Elektrolech stellt für die Leistungsübertragung die zentrale Komponente dar; der Kern aus einzelnen geschichteten Elektrolechlagen bildet die magnetische Kopplung zwischen den elektrischen Wicklungen. Um einen möglichst großen Wirkungsgrad des Transformators zu erreichen wird das Elektrolech immer weiter optimiert und besteht heutzutage aus kaltgewalztem Eisen mit bis zu 4% Siliziumanteil. Die maßgebenden Größen bei Elektrolech sind durch die Hysteresekurve bzw. die Magnetisierungskennlinie gegeben, welche das nichtlineare Verhältnis aus der magnetischen Flussdichte  $B$  in [T] und der magnetischen Feldstärke  $H$  in [A/m] abbildet. Die an einer Wicklung angelegte Spannung ist dabei aufgrund des Induktionsgesetzes proportional zur magnetischen Flussdichte, siehe Gleichung 1. Der Strom durch eine Wicklung ist proportional zur magnetischen Feldstärke (Ampèresches Gesetz, siehe Gleichung 2).

$$B(t) = \frac{1}{N \cdot A} \cdot \int u(t) \cdot dt \quad (1)$$

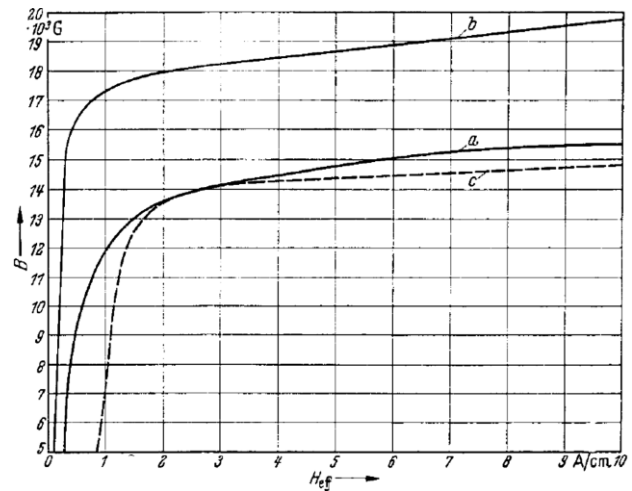
$$H(t) = \frac{N \cdot i(t)}{l} \quad (2)$$

Ein prinzipieller Vergleich zwischen alten, warmgewalzten Blechen und aktuellen kaltgewalzten Blechen ist in **Bild 2** dargestellt. Dabei wird auch die stark ausgeprägte Vorzugsrichtung aktueller Bleche deutlich. Orthogonal zur Walzrichtung können die magnetischen Eigenschaften hinter warmgewalzten Blechen zurück bleiben.

### 1.2 Grundlagen Modellierung J.A.-Modell

Um die nichtlineare Magnetisierung von ferromagnetischen Werkstoffen mathematisch beschreiben zu können entwickelten D.-C.-Jiles und D.-L.-Atherton 1986 ihre Theorie, bei welcher eine Beziehung zwischen magnetischem Moment (Magnetisierung)  $M$  und magnetischer Feldstärke  $H$  beschrieben wird [6], [7]. Im Vergleich zu anderen Hysterese-Modellen bietet das Jiles-Atherton Mo-

dell den Vorteil, dass sich seine Parameter auf die physikalischen Zusammenhänge innerhalb des Materials stützen.



**Bild 2** Magnetisierungskurven von warm- und kaltgewalzten Transformatorblechen [8].

a) warmgewalzt, b) kaltgewalzt in Längsrichtung, c) kaltgewalzt in Querrichtung

Der häufig beschriebene Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte  $B$  und magnetischer Feldstärke  $H$  wird von Ihnen um die Magnetisierung  $M$  erweitert:

$$B(t) = \mu_0(H(t) + M(t)) \quad (3)$$

Die Magnetisierung  $M$  setzt sich aus einer statischen Komponente ohne Hysterese  $M_{st}$  und einer irreversiblen Komponente  $M_{irr}$ , welche die Hysterese repräsentiert, zusammen:

$$M(t) = c \cdot M_{st}(t) + (1 - c)M_{irr}(t) \quad (4)$$

Der Parameter  $c$  definiert das Verhältnis zwischen beiden Komponenten und wird als reversible Magnetisierungskonstante bezeichnet. Dies hat einen direkten Einfluss auf die Breite der Hysterese.

Die statische Magnetisierung  $M_{st}$  bildet dabei den groben Verlauf in Abhängigkeit von der effektiven magnetischen Feldstärke  $H_{eff}$  ab, vergleichbar der Magnetisierungskennlinie. Der Kurvenverlauf inkl. Sättigung wird durch die Langevin-Funktion abgebildet.

$$M_{st}(t) = M_S \cdot \left( \coth\left(\frac{H_{eff}(t)}{a}\right) - \frac{a}{H_{eff}(t)} \right) \quad (5)$$

Der Parameter  $M_S$  definiert die Sättigungsmagnetisierung und  $a$  die Steilheit im nicht gesättigten Bereich. Die effektive magnetische Feldstärke  $H_{eff}$  bildet sich aus der magnetischen Feldstärke und einem Anteil der Magnetisierung:

$$H_{eff}(t) = H(t) + \alpha \cdot M(t) \quad (6)$$

Der Parameter  $\alpha$  repräsentiert die Kopplung zwischen den magnetischen Domänen im Material.

Die irreversible Magnetisierung  $M_{irr}$  wird von Jiles und Atherton über eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben.

$$\frac{dM_{irr}(t)}{dH(t)} = \frac{\delta_m \cdot (M_{an}(t) - M_{irr}(t))}{k \cdot \delta - \alpha \cdot (M_{an}(t) - M_{irr}(t))} \quad (7)$$

$$\delta_m = \begin{cases} 1 & : \frac{dH(t)}{dt} > 0 \text{ und } M_{an}(t) > M_{irr}(t) \\ 1 & : \frac{dH(t)}{dt} < 0 \text{ und } M_{an}(t) < M_{irr}(t) \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (8)$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & : \frac{dH(t)}{dt} > 0 \\ -1 & : \frac{dH(t)}{dt} < 0 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (9)$$

## 2 Modellierung Testtransformator

Für die Modellbildung wird Matlab Simulink verwendet. Simulink bietet mit der Simscape-Bibliothek ein spezielles Werkzeug zur Simulation von physikalischen Netzwerken. Die quelloffenen Grundkomponenten „Fundamental Components“ können dabei um eigene Komponenten erweitert werden. Simscape bietet hierfür die textbasierte Beschreibung, mit welcher sich mathematische Zusammenhänge direkt in Form von Gleichungen ausdrücken lassen.

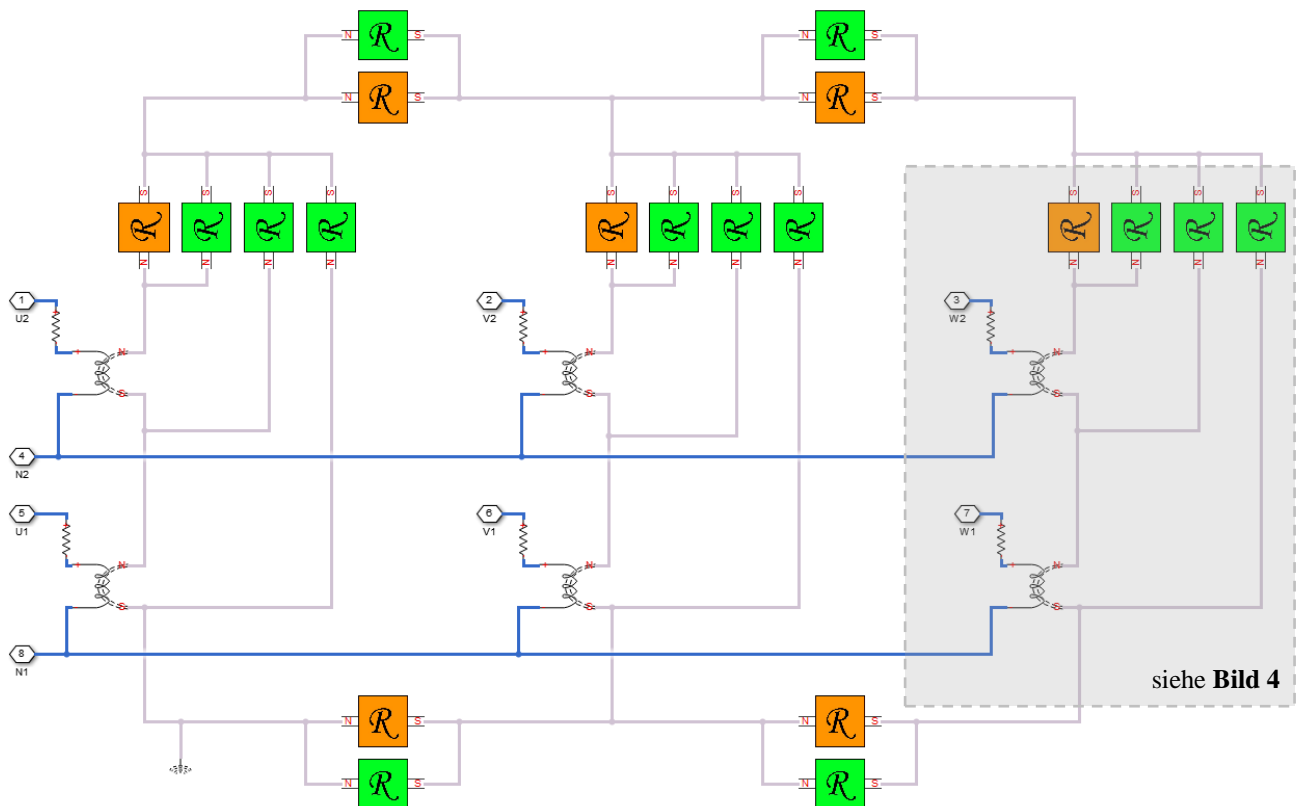
Über das aus der Informatik bekannte Vererbungsprinzip können auch Definitionen und Funktionen aus anderen Komponenten verknüpft werden.

Die Topologie des entwickelten Modells soll die Topologie des realen Transformators möglichst genau abbilden. In **Bild 3** ist der Aufbau innerhalb des Trafomodells zu sehen. Das Bild zeigt den für die Validierung verwendeten 2 kVA, Yy0 Transformator mit 3 Schenkeln. Der magnetische Kreis wird im Modell gekapselt und ist von außen nicht direkt beeinflussbar. Wie beim realen Transformator stehen auch im Modell ausschließlich elektrische Anschlüsse nach außen zur Verfügung. Das elektrische (blaue) Netzwerk wird dabei über eine Wicklungskomponente mit dem magnetischen Netzwerk (grau) über die Formeln (10), (11) gekoppelt.

$$\Theta(t) = N \cdot i(t) \quad (10)$$

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = - \frac{u(t)}{N} \quad (11)$$

Das magnetische Netzwerk besteht neben den Wicklungen aus den in **Bild 3** orange dargestellten Kernelementen (Schenkel und Joche) sowie aus Streupfaden (grün), welche die magnetischen Pfade außerhalb des Kerns repräsentieren. Das Modell ist dabei so weit vereinfacht, dass parallel zu den Jochen nur ein Streupfad durch Luft bzw. Öl existiert. Die Streupfade der Schenkel sind in Kapitel 2.1 und **Bild 4** genauer erläutert.



**Bild 3** Aufbau des Testtransformatormodells mit drei Schenkeln und je zwei Wicklungen in Yy0 Verschaltung; orange) Eisenkern: nichtlineare mittels J.A.-Modell implementierte Reluktanzen; grün) Streuflusspfade in Öl oder Luft: lineare Reluktanzen; blaue Linien) elektrisches Netzwerk; graue Linien) magnetisches Netzwerk

Die Kernelemente werden dabei mithilfe des J.A.-Modells realisiert und weisen entsprechend der J.A.-Parameter eine Hysterese mit entsprechender Sättigung auf. Zusätzliche strukturelle Komponenten mit magnetischen Eigenschaften z.B. Stahl für Zugstangen, Pressbalken o.ä. können ebenfalls mithilfe des J.A.-Modells und dafür angepassten Parametern abgebildet werden.

Für die Streupfade in Luft bzw. Öl wird ein linearer Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke und magnetischer Flussdichte modelliert. Die Permeabilitätszahl wird für Öl und Luft zu  $\mu_r = 1$  gesetzt.

$$B(t) = \mu_0 \cdot \mu_{r=1} \cdot H(t) = \mu_0 \cdot H(t) \quad (12)$$

Für diesen linearen Zusammenhang bietet Simscape direkt ein passendes Reluktanzmodell, welches in dieser Topologie verwendet wird und in **Bild 3** den grünen Komponenten entspricht.

## 2.1 Übertragen der Wicklungsanordnung ins Modell

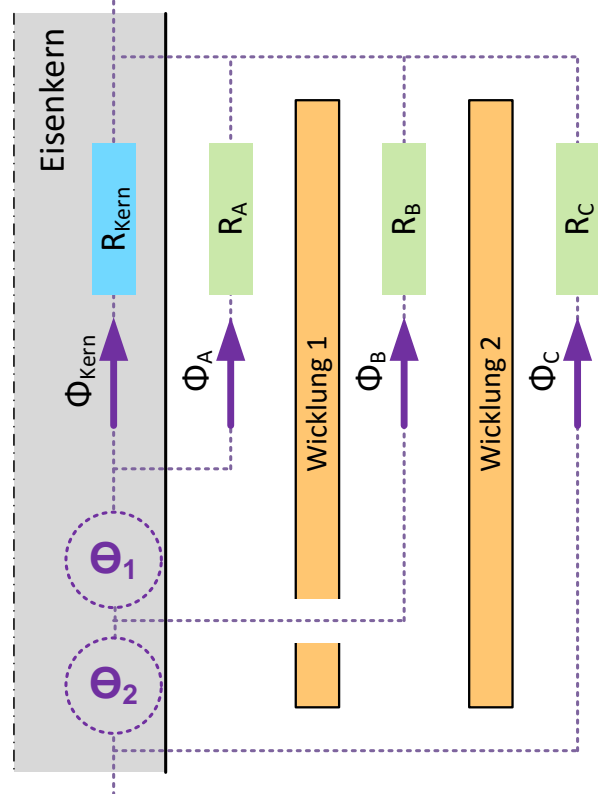
Die Übertragung der geometrischen Anordnung von Kern und Wicklungen in ein magnetisch äquivalentes Netzwerk kann direkt aus der schematischen Darstellung in **Bild 4** abgeleitet werden. Eine häufig verwendete Simulationemethode ist das Erstellen eines äquivalenten elektrischen Netzwerkes [9] aus dem magnetischen Netzwerk. Definiert durch die Korrelation zwischen elektrischen und magnetischen Netzen muss hierbei jedoch eine Quellenumformung durchgeführt werden. Bei komplexen magnetischen Modellen führt dies oft zu sehr unübersichtlichen äquivalenten elektrischen Modellen.

Bei der hier vorgestellten direkten Simulation ist keine Umformung nötig und das magnetische Netzwerk kann direkt aus der geometrischen Anordnung übernommen werden. Jeder magnetisch leitfähige Pfad wird dabei als magnetischer Widerstand (Reluktanz)  $R_{Kern,A,B,C}$  dargestellt. Jede Wicklung entspricht einer Durchflutungsquelle. Flusspfade, welche sich innerhalb einer Wicklung befinden werden in Serie zur Durchflutungsquelle geschaltet ( $\Phi_{Kern,A,B}$ ). Flusspfade außerhalb einer Wicklung werden parallel zur Durchflutungsquelle und den in Serie geschalteten Pfaden geschaltet ( $\Phi_{B,C}$ ). Beim in **Bild 4** dargestellten Modell mit zwei Wicklungen wirken beide Durchflutungsquellen in einer Serienschaltung auf den Kern ( $\Theta_{ges} = \Theta_{W1} + \Theta_{W2}$ ). Das Modell kann analog um eine beliebige Anzahl an Wicklungen und Streuflusspfaden ergänzt werden.

## 3 Vergleich mit Messung

Um das Modell zu validieren wird wie bereits beschrieben ein 2 kVA, Yy0 Transformator mit 3 Schenkeln eingesetzt. Ziel der Validierung ist es zu zeigen, dass sich der Eisenkern und die Streuflüsse wie erwartet verhalten, wenn der Transformator mit einem zusätzlichen Gleichstrom belastet wird. Durch den zusätzlichen Gleichstrom wird, wie eingangs erklärt, der magnetische Arbeitspunkt

des Elektroblechs verschoben und es kommt abwechselnd zu einer Halbwellensättigung in den äußeren Schenkeln.



**Bild 4** Schematische Darstellung der magnetischen Haupt- und Streuflusspfade mit Eisenkern und zwei Wicklungen

## 3.1 Messaufbau

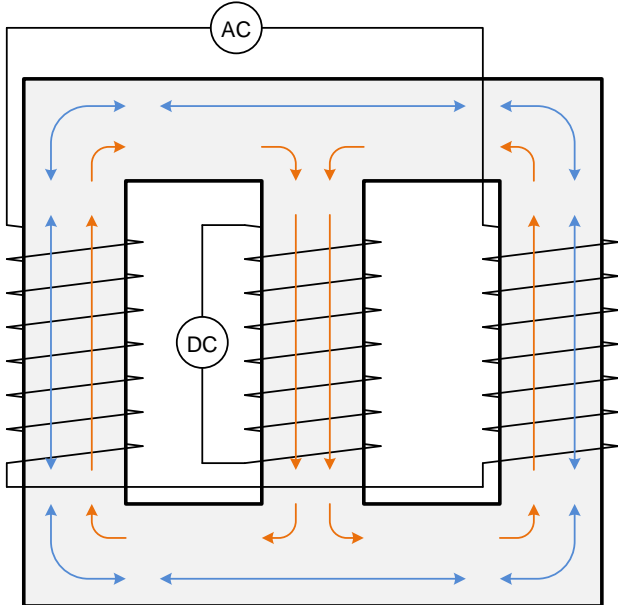
Eine Schwierigkeit bei der Durchführung von DC-Versuchen an Transformatoren ist meistens, dass die separate DC-Quelle unempfindlich gegenüber den AC-Spannungen sein muss. Dies erfordert entweder einen großen gerätetechnischen Aufwand oder lässt nur Versuche bei verhältnismäßig kleinen AC-Spannungen zu.

Mit einer so genannten „Back to back“ Anordnung [10] lassen sich diese Probleme umgehen. Dabei werden zwei Transformatoren mit überspannungsseitiger Sternschaltung verbunden. Über die Sternpunkte der Transformatoren kann dann auf Erdpotential ein Gleichstrom durch beide Transformatoren injiziert werden. Ein Nachteil der „Back to back“ Anordnung ist jedoch, dass immer zwei Transformatoren für den Versuch benötigt werden. Für eine Modellvalidierung müssten dadurch auch zwei Transformatoren simuliert werden, wodurch sich die Anzahl unbekannter Parameter erhöht.

Neben der „Back to back“ Anordnung bei der die Transformatoren mit einer dreiphasigen Wechselspannung betrieben werden gibt es bei Dreischenkeltransformatoren auch noch die Möglichkeit eines einphasigen Gleichstromversuchs [11], siehe **Bild 5**.

Dabei werden die Wicklungen der äußeren Schenkel in Reihe verschaltet und mit einer Wechselspannung beaufschlagt. Da beide Wicklungen zwangsläufig mit demselben Strom durchflossen werden, wirkt dieselbe Durchflu-

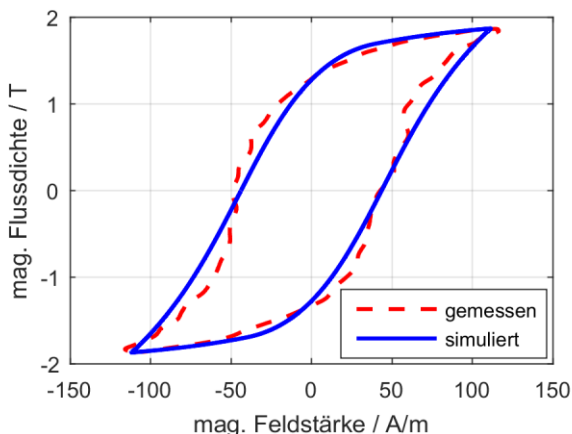
tung jedoch mit umgekehrter Polarität auf die beiden Schenkel. Der dadurch entstehende magnetische Wechselfluss fließt dabei nur durch die beiden äußeren Schenkel. Der mittlere Schenkel bleibt durch die destruktive Superposition der Teilflüsse frei von Wechselfeldern. Somit ist es möglich über den mittleren Schenkel einen magnetischen Gleichfluss zu injizieren, ohne die Gleichstromquelle durch Wechselinflüsse zu beeinflussen.



**Bild 5** Darstellung der magnetischen Gleich- und Wechselflüsse bei einem einphasigen DC-Versuch an einem Transformator mit drei Schenkeln

### 3.2 Simulationsparameter

Da für den verwendeten Transformator keine Informationen bezüglich des verwendeten Eisenkernmaterials zur Verfügung stehen, wird versucht die J.A.-Parameter mithilfe der gemessenen Hysteresekurven zu ermitteln. **Bild 6** zeigt das gemessene und simulierte B-H Verhalten ohne Gleichstrom. **Bild 7** zeigt die Hysterese mit eingespeistem Gleichstrom  $I_{DC} = 3A$ .



**Bild 6** Gemessene und simulierte Hysteresekurve mit den J.A.-Parametern nach **Tabelle 1**

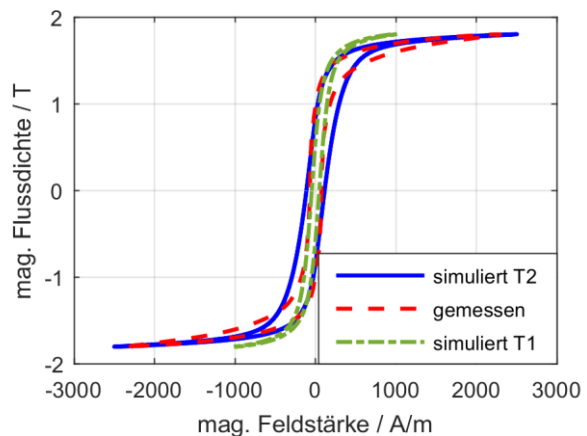
Die magnetische Flussdichte wird mittels des in Formel 1 angegebenen Zusammenhangs aus der angelegten und gemessenen Wechselspannung berechnet. Die magneti-

sche Feldstärke ergibt sich mittels Formel 2 aus dem gemessenen Magnetisierungsstrom.

Bei der Simulation mit und ohne Gleichstrom zeigen sich deutliche Unterschiede in den Hysteresekurven. Eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen und simulierten Hysterese kann nur durch neu angepasste JA-Parameter erreicht werden (vgl. **Tabelle 1** und **Tabelle 2**).

**Tabelle 1** J.A.-Parameter für Simulation ohne Sättigung (ohne Gleichstrom)

$M_S$	$a$	$c$	$\alpha$	$k$
$1,53 \cdot 10^6$	16	0.2	$1,7 \cdot 10^{-7}$	22



**Bild 7** Gemessene und simulierte Hysteresekurve bei 3A Gleichstrom mit den J.A.-Parametern nach **Tabelle 1** (grün, T1) und nach **Tabelle 2** (blau, T2)

**Tabelle 2** J.A.-Parameter für Simulation mit Sättigung durch  $I_{DC} = 3A$

$M_S$	$a$	$c$	$\alpha$	$k$
$1,43 \cdot 10^6$	16	0.2	$1,7 \cdot 10^{-6}$	75

### 3.3 Leistungsaufnahme

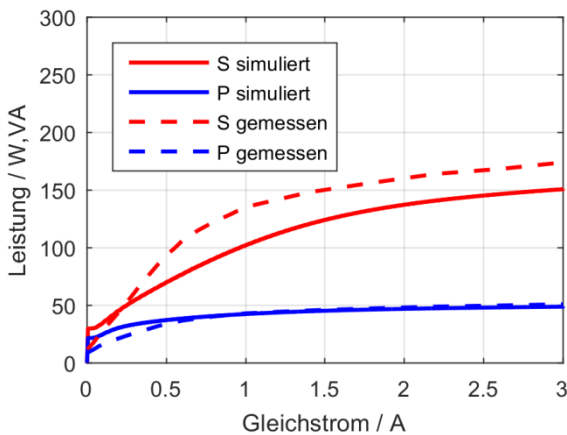
Durch den in Halbwellensättigung betriebenen Kern kommt es kurzzeitig zu hohen Strömen. Die dafür benötigte Leistung muss im Betrieb vom Netz und in Labormessungen von einer entsprechenden Quelle bereitgestellt werden. **Bild 8** zeigt den Anstieg von Schein- und Wirkleistung bei einem kontinuierlich ansteigenden Gleichstrom.

Die simulierten umgesetzten Verluste lassen sich ab einem zur Sättigung führenden Gleichstrom von ca.  $I_{DC} = 0,5A$  gut mit den gemessenen Verlusten korrelieren. Die in der Simulation umgesetzte Scheinleistung wird im Bereich der Sättigung jedoch nur unzureichend nachgebildet.

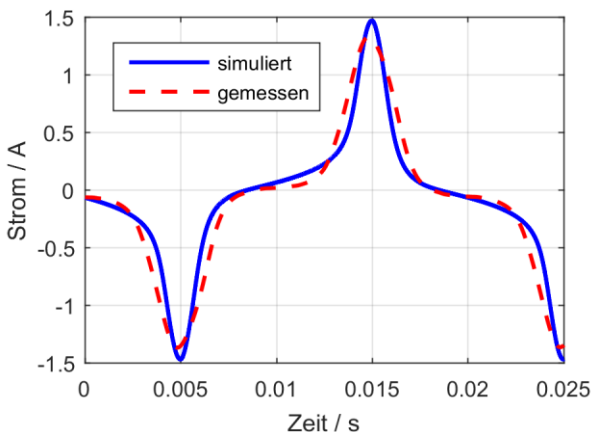
**Bild 9** zeigt den Unterschied zwischen dem gemessenen und dem simulierten Magnetisierungsstrom. Während der simulierte Scheitelwert etwas über dem gemessenen liegt ist die Impulsbreite, welche sich in der Scheinleistung widerspiegelt, schmaler. Durch eine weitere Annäherung der Hysteresekurven aus **Bild 7** kann neben der Verlust-



leistung auch die Scheinleistung auf die gemessenen Werte angepasst werden.



**Bild 8** Anstieg von Wirk- und Scheinleistungsbedarf durch Sättigungseffekte in Abhängigkeit des angegebenen Gleichstroms



**Bild 9** Magnetisierungsstrom gemessen und simuliert mit einer Gleichstrombeeinflussung  $I_{DC} = 3A$

## 4 Zusammenfassung / Ausblick

Die erstellte Simulation bietet einen guten Überblick über die magnetischen Pfade und erlaubt die Unterscheidung zwischen Kernpfaden und Streupfaden. Eine exakte Validierung aufgrund der gemessenen Ströme und Spannungen ist jedoch nur bedingt möglich, da sowohl die J.A.-Parameter des Kerns als auch die Streupfadimensionen unbekannt sind. Für eine weitere Validierung müssen die J.A.-Parameter des entsprechenden Elektroblechs vorab identifiziert werden. Hierfür kann ein Messaufbau nach Epstein oder ein sog. Single-Sheet-Tester verwendet werden. Die Messungen sollten dabei jedoch neben dem gewöhnlichen Messbereich bis  $1,7 T$  auch den Bereich der Sättigung abdecken. Dies kann entweder durch eine erhöhte Spannung oder einen wie hier verwendeten überlagerten Gleichstrom erfolgen.

## 5 Literatur

- [1] Erich Reiplinger, „Geräuscherhöhungen bei Großtransformatoren bei gleichstromüberlagerten Netzen,“ *EW*, Nr. 6, p. 278, 1992.
- [2] Holte, Kirby C., „Geomagnetic Disturbances and Electric Power Systems,“ *IEEE Power Engineering Review*, pp. Volume 9, Issue 7, 1989.
- [3] W.F. Davidson, „Einwirkungen des magnetischen Stromes vom 24. März 1940 auf Hochspannungsanlagen,“ *Elektrotechnische Zeitschrift*, Bd. 5, pp. 99-100, 30. Januar 1941.
- [4] T. Halbedl, H. Renner, G. Achleitner, „Einfluss des Geomagnetismus auf das österreichische Hochspannungsnetz,“ in *VDE-ETG Schutz- und Leittechnik*, Berlin, 2016.
- [5] M. Beltle, S. Tenbohlen, „Auswirkungen von Gleichströmen auf Leistungstransformatoren,“ in *VDE-ETG Diagnostik elektrischer Betriebsmittel*, Berlin, 2014.
- [6] Jiles D.C., Atherton D.L., „Ferromagnetic hysteresis,“ *IEEE Transactions on magnetics*, pp. 2183-2185, 5 September 1983.
- [7] Jiles D.C., Atherton D.L., „Theory of ferromagnetic hysteresis,“ *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 61, pp. 48-60, 1986.
- [8] Küchler R., *Die Transformatoren*, Heidelberg: Springer, 1966.
- [9] C.M. Arturi, „Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization,“ in *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1991.
- [10] Michael Beltle, Michael Schühle, Stefan Tenbohlen, Ulrich Sundermann, „Das Verhalten von Leistungstransformatoren bei Beanspruchung mit Gleichströmen,“ in *Stuttgarter Hochspannungssymposium 2016*, Stuttgart, 2016.
- [11] Sitzia A., Baker A., Wright D., Marketos F., „Elektromagnetic simulation of HVDC converter transformers,“ in *International Symposium on High Voltage Engineering*, Pilsen, 2015.
- [12] M. Heindl, M. Beltle, M. Reuter, D. Schneider, S. Tenbohlen, D. Oyedokun, T. Gaunt, „Investigation of GIC related Effects on Power Transformers using Modern Diagnostic Methods,“ in *International Symposium on High Voltage Engineering*, Hannover, 2011.