

# Probabilistische Lastmodellierung von Haushaltslasten

Georg Kayser  
Universität Stuttgart - IEH  
Stuttgart, Germany  
kayser.georg@t-online.de

Alexander Probst  
Universität Stuttgart - IEH  
Stuttgart, Germany  
alexander.probst@ieh.uni-stuttgart.de

Martin Braun  
Universität Stuttgart - IEH  
Frauenhofer IWES, Kassel  
Stuttgart, Germany

Stefan Tenbohlen  
Universität Stuttgart - IEH  
Stuttgart, Germany

**Abstract**—The Aim of this work is to estimate household loads more precise. On the one hand it is examined after which rules different households distribute their loads in a definite interval of time and how they spread. This is of importance especially because of the simultaneous load that can lead to peaks in the load and to voltage drop. Therefore it is tried to approximate the actual occurrence of loads with a special statistical distribution function. On the other hand the correlation within one group of households between maximum load occurrence and energy consumption at a time is analyzed. This allows conclusions towards the practice of the usage of standard load profiles which are scalable depending on the energy consumption.

**Index Terms**—Energy consumption, Power engineering computing, Power demand, Load flow, Probability density function, Probability distribution, Parameter estimation, Load modeling

## I. EINLEITUNG

Die Möglichkeit der genauen Leistungsverbrauchsaufzeichnung mit Smart Metern für Haushalte entstand in den letzten Jahren und daher auch eine neue Möglichkeit den Bedarf an elektrischer Energie eines Haushalts im Niederspannungsnetz zu prognostizieren. Dabei wird hier darauf eingegangen, wie die Daten, mit denen eine Probabilistische Lastflussberechnung [1] durchgeführt werden kann, bereitgestellt werden können. Dafür gilt es herauszufinden, nach welcher Funktion verschiedene Haushaltslasten innerhalb eines Zeitintervalls gestreut sind. Mit dieser Probabilistischen Lastflussberechnung entsteht die Möglichkeit für Energieversorger eine wesentlich exaktere Simulation des Energieverbrauchs in einem bestimmten betrachteten Gebiet durchzuführen.

Vor allem im Vergleich zum Verfahren mit Standardlastprofilen ist die Probabilistische Lastflussberechnung wesentlich genauer. Ein weiterer Faktor um Haushaltslasten in Niederspannungsnetzen genauer beschreiben zu können, ist die Beziehung zwischen Maximalleistung und bezogener Arbeit innerhalb eines längeren Zeitintervalls. Vor allem wegen des steigenden Kostendrucks für Energieversorger sind diese Themengebiete von aktuellem Interesse. Hierbei sind vor allem die nötigen Investitionen in die erneuerbaren Energien sowie der Atomausstieg als treibende Faktoren für die nötigen Einsparungen zu nennen. Das Vorgehen ist dabei, das zuerst eine Beschreibung von Haushaltslasten mittels Verteilfunktionen vorgenommen wird. Anschließend wird darauf eingegangen, inwiefern eine lineare Beziehung zwischen Maximum und

Energieverbrauch gefunden werden kann.

## II. LASTMODELLIERUNG VON HAUSHALTSLASTEN

Im folgenden Kapitel soll das Vorgehen der Lastmodellierung von Haushaltslasten vorgestellt werden. Die Daten wurden im Rahmen des von der Bundesregierung Deutschland geförderten Projekts E-Energy [2] gemessen. Dort speziell in der MeRegio Testregion [3], in der der Durchdringungsgrad von Smart Metern äußerst hoch ist und dadurch eine Vielzahl an Messdaten zur Verfügung stehen.

### A. Beschreibung des Vorgehens

Die einzelnen Lasten einer Gruppe von Haushalten folgen innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls jeweils einer bestimmten Verteilfunktion. Zum besseren Verständnis ist in der Abbildung 2 eine solche Auftrittshäufigkeit von Haushaltslasten dargestellt. Die aufgetragene Last ist als Mittelwert der bezogenen Leistung über 15 Minuten zu sehen.

### B. Aufbereitung der Daten für die Probabilistische Lastflussberechnung

Um anhand der tatsächlichen Verteilung der Lasten auf eine bekannten Verteilfunktion schließen zu können, findet ein bereits in *Matlab* [4] verfügbares Tool Anwendung. Damit wird die tatsächliche Auftrittshäufigkeitsverteilung der Lasten auf ihre Abweichung bezüglich verschiedener, nachfolgend genannter, Funktionen untersucht. Dabei müssen zuerst die Parameter der jeweiligen Funktion bestimmt werden. Im Anschluss muss die passendste Verteilfunktion gefunden werden. Eine stichprobenartige grafische Untersuchung, auf welche Funktion hin untersucht werden muss, kam zu den im Folgenden aufgeführten Funktionen.

- die Weibull Verteilfunktion
- die Lognormal Verteilfunktion
- die Inverse Gauss Verteilung
- die Log-Logistische Verteilfunktion
- die Verallgemeinerte Extremewertverteilung
- die Birnbaum Saunders Verteilung
- die Beta Verteilfunktion

### III. VERTEILUNG VON HAUSHALTSLASTEN INNERHALB EINES ZEITINTERVALLS

Ein Großteil der Tage kann mit der Verallgemeinerten Extremwertfunktion angepasst werden. Lediglich bei 1,6% der Tage ist die Lognormale Verteilfunktion [5] diejenige, welche am besten auf die Daten angewandt werden kann, wenn man versucht die Abweichung des Fits zu dem Histogramm der Messdaten zu minimieren.

#### A. Auftrittszeiten der verschiedenen Verteilfunktionen

Die Lognormale Verteilfunktion tritt vor allem in den Wintermonaten auf. Außerhalb tritt diese nur an einzelnen wenigen Sonntagen der Übergangszeit auf, dort aber nur zu einzelnen Zeitintervallen. Eine Erklärung hierfür ist, dass die Lognormale Verteilfunktion diejenigen Zeitintervalle sehr gut annähert, an denen die Summenlast vergleichsweise hoch ist, was bekanntlich in den Wintermonaten der Fall ist. Dass dies nur eine Bedingung ist, zeigt die nachfolgende Abbildung am Beispiel eines Sonntags im Winter. Dort wird die Summenlast aller verfügbaren Haushalte der Sonntage im Winter aufgetragen. In dieser Matrix tritt die Lognormale Verteilung am häufigsten auf (achtmal) und zwar zu den Zeitintervallen, welche zwischen 11:15 Uhr und 13:15 Uhr liegen.

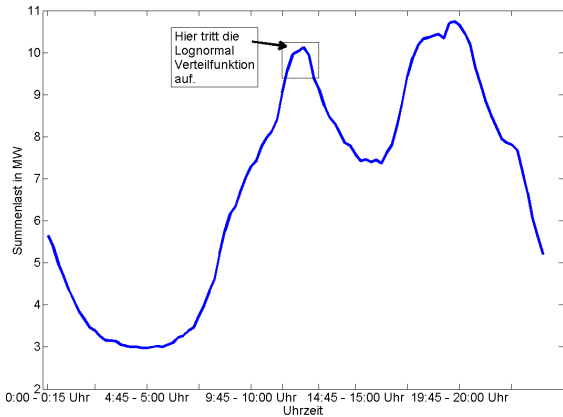


Fig. 1. Summenlast aller Haushalte am Beispiel der Sonntage im Winter

Abbildung 1 verdeutlicht, dass die hohe Summenlast nicht allein für das Auftreten der Lognormalen Verteilung verantwortlich ist. Aus diesem Grund werden in der nächsten Abbildung 2 die Histogramme des Zeitintervalls von 12:15 Uhr bis 12:30 Uhr und von 19:45 Uhr bis 20:00 Uhr verglichen. Dabei handelt es sich bei dem ersten Zeitintervall um eines, in dem die Lognormale am besten angenähert werden kann. Bei dem Zweiten sieht man einen Zeitintervall, in dem die Verallgemeinerte Extremwertfunktion am besten angenähert werden kann.

Dabei ist deutlich zu erkennen, dass im oberen Bild die hohe Summenlast durch wenige Verbraucher mit hohen Leistungen zustande kommt. Im unteren Bild jedoch resultiert die hohe

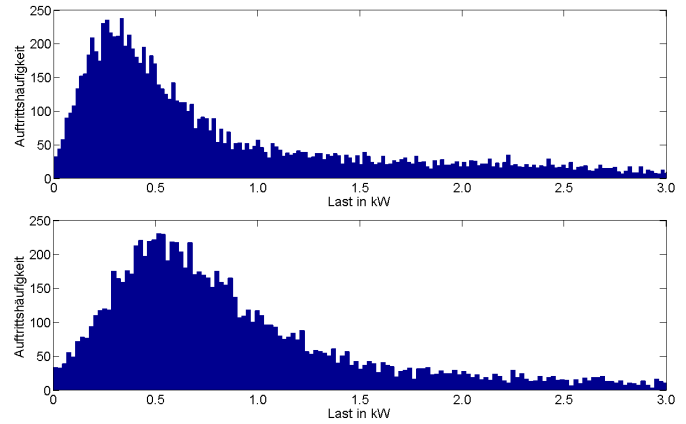


Fig. 2. Histogramm aller Haushaltslasten innerhalb des Zeitintervalls von 12:15 bis 12:30 Uhr (oben) und von 19:45 bis 20:00 Uhr (unten)

Summenlast aus einer Verschiebung des Peaks nach rechts. Dies bedeutet, dass die hohe Summenlast aus einer großen Anzahl an Leistungsverbrauchern, welche eine größere Leistung beziehen, resultiert.

Dieses Verhalten ist darauf zurückzuführen, dass sich in den Abendstunden zum Einen mehr Menschen zu Hause befinden und damit elektrische Geräte nutzen, zum Anderen wird in dieser Zeit bereits eine Beleuchtung benötigt. Wohingegen sich über die Mittagszeit nur wenige Menschen zu Hause befinden und diese zumeist mit der Zubereitung von Speisen beschäftigt sind (hohe Last), jedoch keine zusätzliche Beleuchtung benötigen.

#### B. Zwischenfazit

Zusammenfassend lässt sich hier sagen, dass die Lognormale Verteilfunktion immer dann anwendbar ist, wenn die Summenlast hoch ist und der Auslauf der Häufigkeit flacher ist. Die obigen Erläuterungen verdeutlichen, weshalb die Lognormale Verteilfunktion nicht in den Sommermonaten auftritt. Dort ist die Summenlast geringer. Die Wertebereiche der Funktionen bewegen sich stets in einem sehr ähnlichen Intervall und sind in diesem gleichmäßig verteilt. In folgender Tabelle I werden die Wertebereiche der auftretenden Funktionen dargestellt.

Dabei sind die Verteilfunktionen wie folgt definiert:

- 1) Verallgemeinerte Extremwertfunktion für  $k = 0$ :

$$f(x, k, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} * \exp\left(\frac{-(x-\mu)}{\sigma}\right) - \left(\frac{-(x-\mu)}{\sigma}\right)$$

und für  $k \neq 0$ :

$$f(x, k, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} * \exp\left(-\left(1 + \frac{k*(x-\mu)}{\sigma}\right)^{\frac{1}{k}}\right) - \left(1 + \frac{k*(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\left(1+\frac{1}{k}\right)}$$

- 2) Lognormale Verteilfunktion:

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{a}{x*\sigma*\sqrt{2*\pi}} * \exp\left(\frac{-(x-\mu^2)}{2\sigma^2}\right)$$

In Abbildung 3 werden die Verteilfunktionen dargestellt. Sie besitzen stets die Parameter, welche mittig im Wertebereich liegen.

TABLE I

WERTEBEREICH DER PARAMETER BEI DEN HIER AUSGEWERTETEN DATEN

	Wertebereich Parameter1	Wertebereich Parameter2	Wertebereich Parameter3
Verallgem. Extremwert- funktion	$0,1 < k < 0,65$	$5 < \alpha < 400$	$150 < \mu < 500$
Lognormale Verteil- funktion	$6,1 < \mu < 6,3$	$0,9 < \sigma < 1,05$	

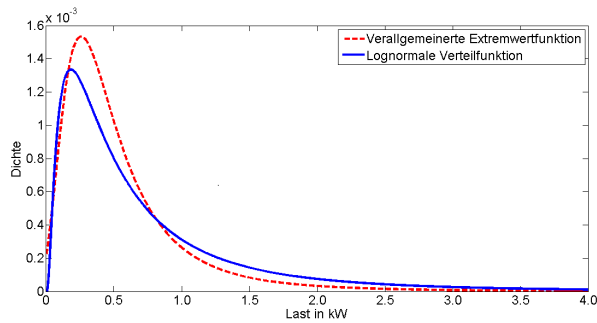


Fig. 3. Verteilfunktionen mit den aus Tabelle 1 entnommenen mittleren Parametern der jeweiligen Wertebereich

#### IV. ZUSAMMENHANG ZWISCHEN BEZOGENER ENERGIE UND MAXIMALER LEISTUNG

Ein weiterer wichtiger Faktor, um eine genauere Lastmodellierung durchführen zu können, ist eine Beziehung zwischen bezogener Energie über ein längeres Zeitintervall und maximal auftretender Last zu finden. Dies spielt vor allem bei der Auslegung der Betriebsmittel eine Rolle.

##### A. Bezogene Jahresenergie zu Maximallast

Hier wird untersucht, inwieweit das vom VDEW angewandte Verfahren, indem das Maximum aus den Standardlastprofilen errechnet wird, für die vorliegenden Daten angewandt werden kann. In nachfolgender Abbildung 4 entspricht ein Punkt genau einem Haushalt, dessen Jahresenergieverbrauch über seiner maximalen Leistung aufgetragen wird.

Wie in dieser Abbildung gut sichtbar ist, kann hier keine klare Beziehung von Jahresenergieverbrauch zu Maximallast abgeleitet werden, da die Streuung sehr groß ist. Dennoch ist eine schwache lineare Korrelation zu erkennen. Die Maximallast scheint tendenziell mit dem Jahresenergieverbrauch zuzunehmen. Damit kann anhand dieser Abbildung 4 klar widerlegt werden, dass es sich bei dieser Beziehung um eine lineare Abhängigkeit handelt, wie es bei den VDEW Lastprofilen angenommen wird. Aus diesem Grund werden in den folgenden Abschnitten weitere Möglichkeiten untersucht.

##### B. Maximalleistung eines Haushalts zu dessen Tagesenergieverbrauch

Hier wird die bezogene Energie nicht über ein ganzes Jahr, sondern lediglich über einen Tag (24 Stunden) aufgetragen, wohingegen das Maximum der Höchste über 1 ms vorkommende Wert der Last eines Haushalts ist.

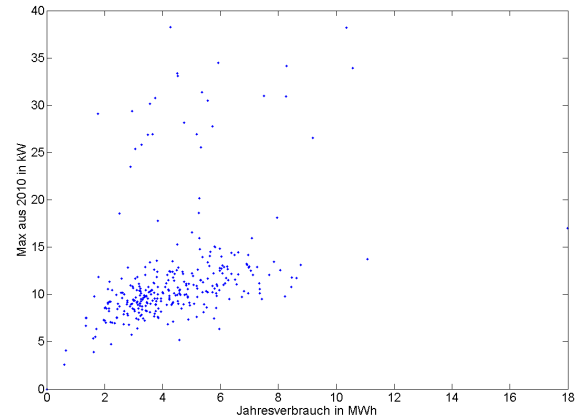


Fig. 4. Abhängigkeit der maximalen Leistung aus 15 Minuten zum Jahresenergieverbrauch jeweils eines Haushaltes

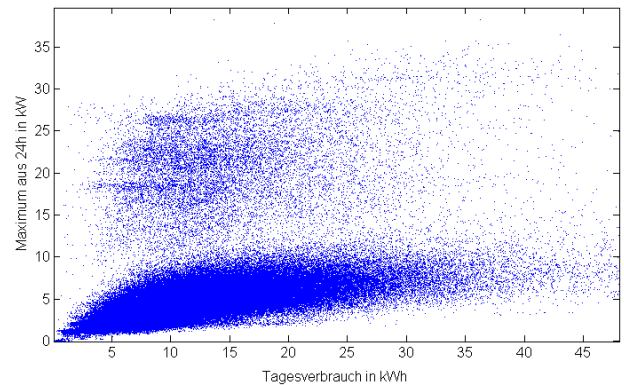


Fig. 5. Maximale Last im Verhältnis zum Energieverbrauch je Haushalt über einen Tag

Die Frage, die es nach dieser Abbildung 5 zu klären gilt, ist, was für einen Grund die Punkthäufung im oberen Bereich haben könnte. Die obere Wolke beinhaltet Maximalwerte, welche im Schnitt 20 kW höher sind als die in der unteren Wolke. Die Theorie ist, dass diese Wolke aufgrund von elektrisch betriebenen Durchlauferhitzern entsteht. Dies wird im Folgenden erläutert.

Durchlauferhitzer werden meist nur kurzzeitig betrieben. Sie erzeugen das Warmwasser direkt, wenn es benötigt wird. Dies bedeutet, sie laufen öfters und wenn sie laufen mit hoher Last. Daher passt auch die Erkenntnis, dass das Maximum nicht lange andauert, gut zum Modell. Dazu wurden die Daten nochmals in gleicher Form wie oben aufbereitet, jedoch mit einem Maximum, das aus dem Mittelwert der Last über 15 Minuten gewonnen wird. In dieser Abbildung 6 verschwindet dadurch schließlich die obere Wolke.

Ein weiterer Punkt, der klar auf die Nutzung von Durchlauferhitzern hindeutet, wird im Folgenden aufgeführt. In Abbildung 7 ist die obere Häufungswolke vergrößert.

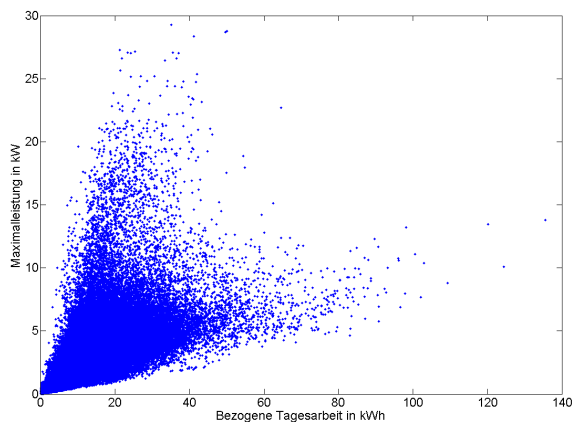


Fig. 6. Bezogene Energie über einen Tag zu Maximum aus 15 minütigem Mittelwert der Last

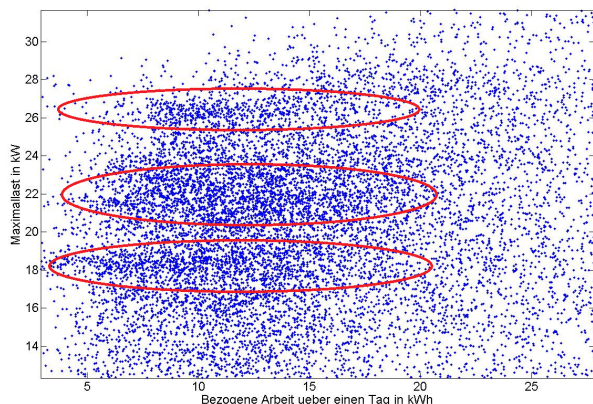


Fig. 7. Häufungen innerhalb der oberen Wolke der Abbildung 5

Auffällig hieran ist, dass dies mit den Leistungsklassen der Durchlauferhitzer übereinstimmt. Die Frage, die es nun noch zu klären gilt, ist diejenige nach der zusätzlich benötigten Energie der Haushalte mit diesem zusätzlichen Gerät. Dabei spielt es vor allem eine wichtige Rolle, dass ein Durchlauferhitzer nur läuft, wenn tatsächlich Warmwasser benötigt wird. Dies ist entscheidend für den ähnlichen Tagesenergieverbrauch. Da die Schrittweite in der Abbildung 5 20 kWh ist, wird klar, dass der zusätzliche Energieverbrauch in diesen Abbildungen nicht klar sichtbar ist. Die Auswirkungen auf die bezogene Energie müssen also nochmals getrennt ausgewertet werden. Bei Vergleich der Energieverbrauchswerte innerhalb der zwei Punktwolken werden die Häufungen getrennt betrachtet. Die Trennung erfolgt bei einem Wert von 10 kWh. Berechnet man davon die Mittelwerte, ergibt sich eine Differenz der Mittelwerte von 5,1 kWh, was bei einem Durchlauferhitzer der Leistung 21 kW eine Nutzungsdauer von durchaus realistischen 15 Minuten bedeutet. Der Frage, welcher nun auf den Grund gegangen werden muss

ist, zu welcher Uhrzeit das Maximum auftritt. Darauf wird im nächsten Unterpunkt eingegangen.

### C. Energieverbrauch über einen Monat zu Leistung zu einer bestimmten Zeit

Hierbei ist vor allem interessant, welches das Zeitintervall mit maximaler Summenlast ist. Zu diesem Zeitpunkt wird der Monatsenergieverbrauch zur aktuellen Leistung aufgetragen. Das Schaubild, beispielsweise jenes aus dem April, ist in folgender Abbildung zu sehen. Dort ist beispielsweise die höchste Last aller betrachteten Haushalte am 3. April um 11:45 Uhr.

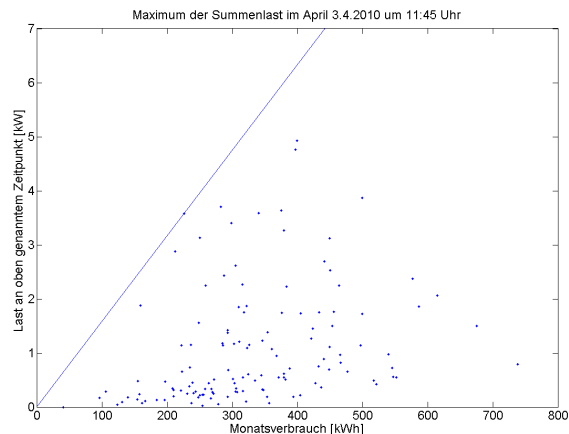


Fig. 8. Auswertung des Monatsenergieverbrauchs der Haushalte zu deren Maximum der Last bei maximaler Summenabnahmeleistung im April

Das Ziel, ein belastbares tatsächlich auftretendes Maximum über alle Zeiten zu finden, wurde hiermit nicht erreicht, da die Gerade des Maximum stets lediglich von einem Punkt getragen wird, wobei die Masse der Punkte relativ weit davon entfernt liegen.

## V. ZUSAMMENFASSUNG UND ERGEBNISSE

Die statistische Auswertung ergab, dass sich die Verteilfunktionen, nach denen die Haushaltslasten zu einem Zeitintervall verteilt sind, auf zwei Funktionen eingrenzen lassen. Dies sind für die hier betrachteten Haushalte die Allgemeine Extremwertverteilung, sowie in äußerst wenigen Fällen die Lognormale Verteilfunktion. Das seltene Auftreten der Lognormalen Verteilfunktion wurde genauer untersucht. Es wurde dabei deutlich, dass dies an zwei Bedingungen geknüpft ist. Zum Einen ist dies eine hohe Summenlast, zum Anderen eine hohe Auftrittshäufigkeit sehr geringer Lasten, in Verbindung mit einem flacheren Auslauf der Auftrittshäufigkeit hin zu hohen Lasten. Anhand der hieraus resultierenden Ergebnisse und Auswertungen lässt sich eine wesentlich genauere Lastflussberechnung durchführen, als dies bisher mittels Standardlastprofilen möglich war. Um Haushaltslasten noch genauer analysieren zu können, wurde im weiteren Verlauf der Arbeit der Zusammenhang zwischen Haushaltsenergieverbrauch und

Maximum der Last innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls untersucht. Bei der Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Tagesenergieverbrauch eines Haushalts und Maximum der Last konnte festgestellt werden, dass elektrisch betriebene Durchlauferhitzer eine große Auswirkung auf die Maximallast eines Haushalts besitzen. Somit ist es auch hier nicht möglich einen Zusammenhang zu finden. Es kann damit jedoch klar widerlegt werden, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Energie und Leistung eines Haushalts besteht. Dies ist bei Anwendung der VDEW Standardlastprofile der Fall. Hier wird das Maximum durch das Produkt aus Jahresenergieverbrauch und dem Maximalwert des Standardlastprofils bestimmt. Im weiteren Verlauf wurde versucht, die Gleichzeitigkeit der Maximallasten abzuschätzen. Hierfür wurden einige Untersuchungen, mit dem Ziel einen Zusammenhang zwischen Monatsenergieverbrauch und maximaler Last zum Zeitintervall der höchsten Summenlast zu finden, durchgeführt. Hier konnte jedoch ebenfalls kein belastbarer Zusammenhang hergestellt werden.

#### REFERENCES

- [1] J. Schwippe, A. Nüssler, C. Rehtanz, and M. Bettzüge, "Netzausbauplanung unter Berücksichtigung probabilistischer Einflussgrößen," *Zeitschrift für Energiewirtschaft*, pp. 1–14, 2011.
- [2] "E-Energy: E-Energy - smart grids made in Germany," <http://www.e-energy.de/>. [Online]. Available: <http://www.e-energy.de/>
- [3] "MeRegio - MeRegio startseite," <http://www.meregio.de/>. [Online]. Available: <http://www.meregio.de/>
- [4] "MathWorks Deutschland - MATLAB - the language of technical computing," <http://www.mathworks.de/products/matlab/index.html>. [Online]. Available: <http://www.mathworks.de/products/matlab/index.html>
- [5] E. L. Crow and K. Shimizu, *Lognormal distributions: theory and applications*. M. Dekker, 1988.